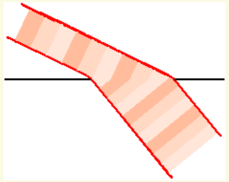


8 PÊNDULO SIMPLES / FÍSICO

$$ma = -Cx \quad \Rightarrow \quad a = -\frac{C}{m}x = -\omega^2 x$$

$$I\varepsilon = -I\omega^2\theta = -C\theta$$

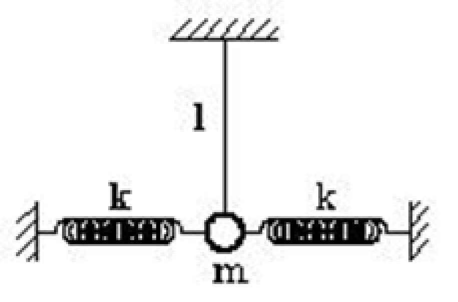
$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + md^2}{mgd}}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

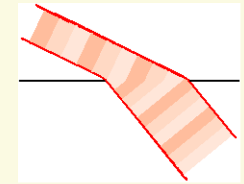
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \pm (F_0/m)}}$$

Considere um pêndulo simples de comprimento *l* com uma esfera de massa m. A esfera está presa a duas molas idênticas, cada uma de constante elástica k.
(i) Calcule o período do movimento para pequenas oscilações.
(ii) Admita que se conhece a amplitude A do movimento oscilatório harmónico, descrito no ponto anterior. Determine a energia total para pequenas oscilações.



(i) $$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{mg+2kl}}}$$

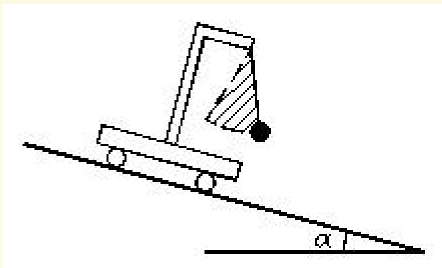
(ii) $$\boxed{E = \left(\frac{mg}{l} + 2k\right)\frac{A^2}{2}}$$



Um pêndulo matemático de comprimento *l* escorrega sem atrito ao longo de um plano inclinado de ângulo a partir do repouso, encontrando-se inicialmente o fio na posição vertical. Determine:

(i) o período de oscilação;

(ii) a amplitude da oscilação.



(i) $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g\cos\alpha}}}$

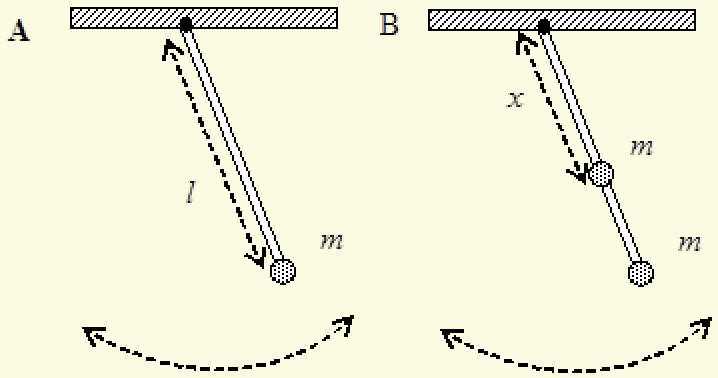
(ii) $\boxed{\theta_{max} = \alpha}$

Um pêndulo consta de uma haste rígida, de massa desprezável e comprimento *l* e de uma pequena esfera de massa *m*, fixada na sua extremidade livre.

(i) Determine o período de oscilação T_0 do pêndulo representado na Figura A.

(ii) Colocando uma segunda esfera, com a mesma massa *m*, à distância *x* da extremidade superior da haste, Figura B, determine a distância $x = x_{min}$ para que o período de oscilação do pêndulo seja mínimo. Qual o valor T_{min} do período nestas condições?

(iii) Determine a distância $x = x_0$ de modo que o período de oscilação do pêndulo se mantenha igual ao período T_0 determinado no ponto (i).

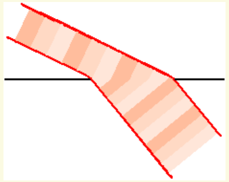


(i) $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$

(ii) $\boxed{T(x) = 2\pi\sqrt{\frac{l^2 + x^2}{g(l+x)}}, \quad x_{min} = l\left(\sqrt{2} - 1\right)}$

(iii) $\boxed{x_0 = l}$

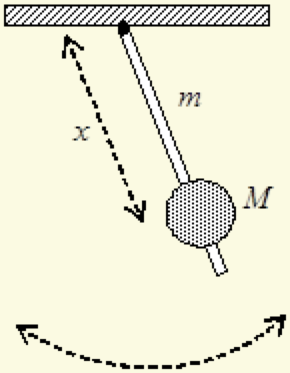
Uma massa pontual *M* está colocada a uma distância *x* da extremidade de uma haste de massa *m* e comprimento *l* ($I_{CM} = ml^2/12$) que oscila com período *T* .



(i) Determine a expressão do período *T*;

(ii) Determine o valor *x* de modo que o período de oscilação seja mínimo;

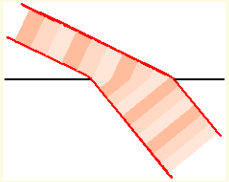
(iii) Admitindo que a haste tem massa desprezável ($m \to 0$), deduza o período do pêndulo simples com massa *M* e comprimento *x*.



(i) $$T = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2/3 + Mx^2}{g\left(ml/2 + Mx\right)}}$$

(ii) $$x = l\left(\sqrt{\frac{m^2}{4M^2} + \frac{m}{3M}} - \frac{m}{2M}\right)$$

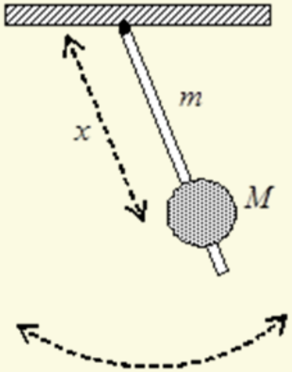
(iii) $$T = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}}$$



Uma haste com massa *m* e comprimento *l* ($I_{CM} = ml^2/12$) oscila em torno de uma extremidade.

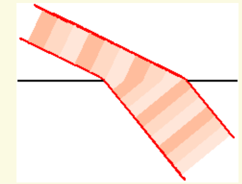
(i) Determine a expressão do período *T*;

(ii) Colocando uma massa pontual *M* a uma distância *x* da extremidade da haste, determine a distância *x* de modo que o período de oscilação se mantenha igual ao período T determinado no ponto anterior.



(i) $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}}$

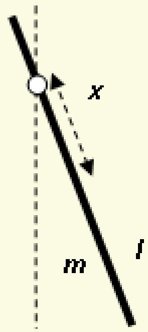
(ii) $\boxed{x = \frac{2}{3}l}$



Considere uma barra homogénea de massa *m* e comprimento *l* ($I_{CM} = ml^2/12$).

(i) Determine a expressão do período de oscilação *T* da barra em torno de um eixo que passa a uma distância x do seu centro de massa (ver figura).

(ii) Determine a distância $x = x_0$ de modo que o período de oscilação seja mínimo. Calcule este valor mínimo $T = T_0$ do período de oscilação.



(i) $\boxed{T = \pi\sqrt{\frac{l^2 + 12x^2}{3gx}}}$

(ii) $\boxed{x = \frac{l}{2\sqrt{3}}}$

(iii) $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\sqrt{3}}}}$